*Variables aléatoires et lois usuelles*

1. Variables aléatoires
2. Discrètes

* Variable aléatoire discrète : application .

Afin de modéliser l’expérience aléatoire, on cherche à déterminer la probabilité de chaque valeur possible de .

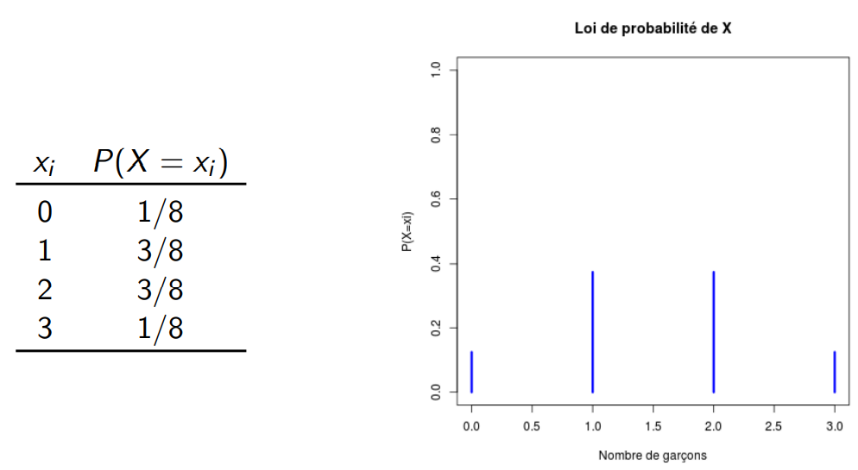
Exemple :  
Considérons une famille de 3 enfants tirée au hasard (expérience aléatoire). On s’intéresse au nombre de garçons. On posera donc : « nombre de garçons ».   
L’ensemble fondamental Ω associé à cette expérience aléatoire est :  
 Ω = {}

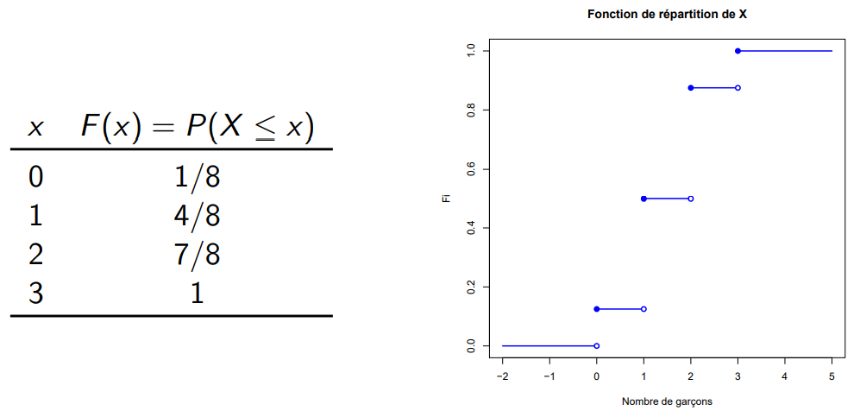
Associons à chaque éléments ω de Ω le nombre de garçons :

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ω |  |  |  |  |  |  |  |  |
| *X* | 0 | 1 | 1 | 2 | 1 | 2 | 2 | 3 |

Ici, l’ensemble .

* Loi de probabilité : association de l’ensemble E et .



* Fonction répartition : application
* Espérance : quantité notée .

et

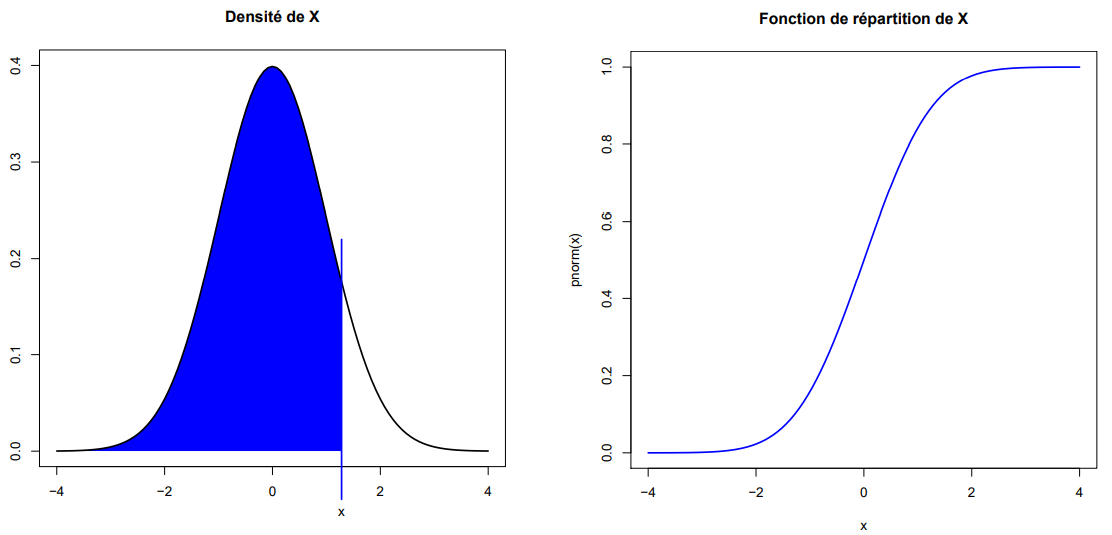
* Variance : quantité notée .

* Ecart-type : quantité notée .

1. Continues

* Variable aléatoire continue : application .

Comme pour les variables aléatoires discrètes, on résume une variable aléatoire continue par sa loi de probabilité, appelée densité de probabilité.

* Densité de probabilité de X : fonction tq et .
* Fonction de répartition (f.d.r) : application
* Espérance : quantité notée .
* Variance : quantité notée .
* Ecart-type : quantité notée .
* LOI DES GRANDS NOMBRES :

Si on répète *N* fois une expérience dans laquelle la probabilité d’apparition d’un événement *A* est *p*, la fréquence de cet événement tend vers *p* quand .

1. Lois usuelles
2. Discrètes
3. Loi uniforme

Une variable aléatoire si on a :

*X*(Ω) = et *X*(Ω)

Ainsi on obtient :

1. Loi de Bernoulli

Une variable aléatoire si on a :

*X*(Ω) = et *X*(Ω)

Ainsi, on obtient :

1. Loi binomiale

Une variable aléatoire si on a :

*X*(Ω) = et *X*(Ω)

Ainsi on obtient :

1. Loi de Poisson

Soit ; si et , alors avec . On a donc :

*X*(Ω) = *X*(Ω)

Ainsi on obtient :

B) Continues

1. Loi uniforme

Une variable aléatoire si sa densité de probabilité est :  
Ainsi on a :

1. Loi normale

Une variable aléatoire si sa densité de probabilité est :  
Ainsi on a :

* Variable centrée réduite : Soit , alors .

1. Loi du

Soit , avec . On définit la variable aléatoire .  
On dit que .

Ainsi on obtient :

1. Loi de Student

Soient et tq On définit la variable aléatoire .  
On dit que .  
Ainsi on obtient :

* si  ; FI sinon
* ; si  ; FI sinon

1. Théorème de convergence

Soit . Si et , alors , avec .

Soit . Si et , alors .

Soit . Si , alors

* THEOREME CENTRAL LIMITE (TCL) :

Soit une suite de variables aléatoire indépendantes et de même loi, avec et . Posons et .

Alors , où est la f.d.r de .

Le TCL d’applique quelque soit la loi de probabilité suivie la variable aléatoire *X*.